２年１章　式の計算　「式の活用」　　（２時間扱い）

１　問題と問題の意図

＜問題１＞　１時間目

２＋３＋４＝９
７＋８＋９＝２４
１００＋１０１＋１０２＝３０３
$\boxed{}$ は $\boxed{}$ になる。
$\boxed{}$に当てはまることを考えよう。

＜問題２＞　２時間目

連続する$\boxed{\text{ア}}$個の整数の和は $\boxed{\text{　　　　イ　　　　}}$ になる。
問１　アには２以上の整数を入れて，そのとき成り立つ事柄をイに書き，説明も書きなさい。
問２　これらから予想できることは何だろうか。

＜問題の意図＞

連続する３つの整数の和に成り立つ事柄は予想しやすく，命題の形で明確に表現したり，文字式を用いて説明したりするよさが実感しやすい問題といえる。

さらに，問題解決後に「連続する整数の個数を変えても同じようなことがいえるのだろうか」と生徒に問いかけることで，その場合に成り立つ事柄を統合的・発展的に考えるられるよう工夫をした。

２　本時の目標

・連続する整数の和に成り立つ事柄を命題の形で表現し，文字式を用いて説明することができる。
・連続する整数の個数を変えて成り立つ事柄を統合的・発展的に考え理解することができる。

３　授業の流れ

１時間目

(1) 生徒を指名し，好きな整数を言わせる。その整数から始まる連続した３つの整数を板書し，「＋」を書き入れて和を求めてみる。これを３回程度繰り返すと生徒から「３の倍数になる」や「真ん中の数の３倍になる」といった意見が出るくる。そこで空欄の穴埋め形式の問題文を提示する。

(2) 「連続する整数」という表現は初めて学ぶので，生徒と丁寧にやり取りしながら次のように命題を確認する。

$\boxed{\text{連続する３つの整数の和}}$ は $\boxed{\text{３の倍数　　　　}}$ になる　‥ア
$\boxed{\text{連続する３つの整数の和}}$ は $\boxed{\text{真ん中の数の３倍}}$ になる。‥イ

これら以外にもいえることはないかと問うと，「左の数の３倍に３を足した数‥ウ」や「右の数の３倍から３を引いた数‥エ」のような考えも出てくる。

どれも問題で提示した具体例では成り立つが，予想であることを確認する。

(3) 出された予想の中でいつでも成り立つのはどれかと問い掛けると「全て成り立つ」と多くの生徒が答えるだろう。確かめる方法を問うと，既習の学習から文字式を使って説明するという声が出るので，まずアを説明することを課題とする。

(4) 個人思考の時間を１分程度与えた後，連続する整数は同じ文字を使って表せること，和を計算すると３×（整数）の形になればよいことを生徒から引き出し全体で確認しておく。見通しをもって考えがスムーズに進む生徒が多くなる。その後，さらに３分程度時間をとって説明を考えさせる。

(5) 個人思考後，１番小さい整数をχとおいた考えを取り上げ，右のような説明を全体で１行ずつ確認しながら，アの説明ができたことを実感させる。

次に，「他の予想も説明することはできないだろうか」と問い掛け，右のような説明で次の２つの事柄が説明できていることを確認していく。

・真ん中の数の３倍になる

$3(\chi+1)$①＝３×(真ん中の数)

・左の数の３倍に３を足した数になる

$3\chi+3$②＝３×(左の数)＋３

１番小さい整数をχとすると連続する３つの整数は，χ，$\chi+1$，$\chi+2$と表せる。 それらの和は， $\chi+(\chi+1)+(\chi+2)$ $=3\chi+3$ ‥① $=3(\chi+1)$ ‥② $\chi+1$は整数なので，３の倍数になる。

(6) 残るエの予想が説明できずに困った様子を浮かべる生徒が多くなる。そこで，計算するとどのような式の形になればよいかと問い掛け，$3\times(\chi+2)-3$になることを確認する。ここでは右のような計算から予想が正しかったことを確認する程度にする。

$3\times(\chi+2)-3$ $=3\chi+6-3$ $=3\chi+3$ →①の式になる

(7) 加えて，真ん中の整数をχとおいた表し方をした生徒がいたことを伝える。全体で計算の過程を確認して，説明の仕方を工夫するよさを味わわせたい。

(8) ここで,「連続する整数の個数を変えても同じようなことがいえるだろうか」と発問する。すると，生徒は色々と個数を変えて考え始める。

「４個だと４の倍数にならないぞ」「５個だと３個のときと同じようなことがいえそうだ」のような考えをいくつか取り上げた後，次時までの宿題として次のような問題を提示する。

＜問題＞

連続する［ア］個の整数の和は［　　　イ　　　］になる。

問１　アには２以上の整数を入れて，そのとき成り立つ事柄をイに書き，説明も書きなさい。

問２　これらから予想できることは何だろうか。

２時間目

(1) グループに分かれて宿題について話し合わせる。グループ毎に考えたことをまとめさせ，順次発表させるとおおむね次のような考えが出されるだろう。

教師の方で説明を補いながら，板書してまとめていく。

＜アが奇数のとき＞

一番小さい整数をχとすると，

３個→３χ＋３＝３（χ＋１）

５個→５χ＋10＝５（χ＋２）

７個→７χ＋21＝７（χ＋３）

９個→９χ＋36＝９（χ＋４）

11個→11χ＋55＝11（χ＋５）

↓

連続する奇数個の整数の和は，

奇数個の倍数になる。

＜アが偶数のとき＞

一番小さい整数をχとすると，

２個→２χ＋１　＝２（χ＋0.5）

４個→４χ＋６＝２（２χ＋３）　＝４（χ＋1.5）

６個→６χ＋15＝３（２χ＋５）　＝６（χ＋2.5）

８個→８χ＋28＝４（２χ＋７）　＝８（χ＋3.5）

10個→10χ＋45＝５（２χ＋９）　＝10（χ＋4.5）

↓　※＿＿部は後で追加

連続する偶数個の整数の和は，

偶数個の半分（1/2）の倍数になる。

(2) さらに気づいたことを発表させると，「アが奇数のとき，連続する奇数個の整数の和は真ん中の数の奇数個倍になっている」ことが出されるので確認する。

ここで，「アが偶数のときも同じようなことがいえないのだろうか」と発問すると，上記＿＿のように式を変形させる考えが出るくる。偶数には真ん中になる整数がないので，中央の２数の中間を「真ん中の数」とする考えである。

すぐに理解できない生徒もいるので右のように具体的な数値や文字式を用いて説明を加える。

２＋３＋４＋５＝14

３と４の中間は 3.5

４×3.5＝14

χ＋（χ＋１）＋（χ＋２）＋（χ＋３）

中間は χ＋1.5

４×（χ＋1.5）

このように考えることで，アが奇数，偶数を問わずに「連続する整数の和は，真ん中の数の整数個倍になる」という見方もできることを確認する。

なお，このような考えが生徒から出ない場合は教師から示してもよい。

また，ここでは「連続するｎ個の整数」のような一般的な証明まではせずに成り立つ事柄を帰納的に推論する程度に止め，統合的・発展的に考えることのよさを強調したい。

(3) 時間があれば「今まで学んだ数の性質についても発展的に考察することができないだろうか？」と問い掛け，次の例のように今まで考察してきた数の性質を統合的・発展的に捉え直す場面を設けることは，とても意義深い活動となる。

例１　偶数の和の個数を増やすとどうなるだろうか？

$2\chi+2y=2(\chi+y)$ →偶数

$2\chi+2y+2z=2(\chi+y+z)$ →偶数

偶数の和は，個数を増やしてもいつでも偶数になりそうだ。

例２　例１の和を積に変えてみるとどうなるだろうか？

$2\chi\times2y=4\chi y$ →４の倍数（2^2倍）

$2\chi\times2y\times2z=8\chi yz$ →８の倍数（2^3倍）

$2a\times2b\times2c\times2d=16abcd$ →16の倍数（2^4倍）

偶数の積は，個数を増やすと２のべき数倍（2^n）になりそうだ。

文責：早川裕章（旭川市立神居東中学校）2019.10